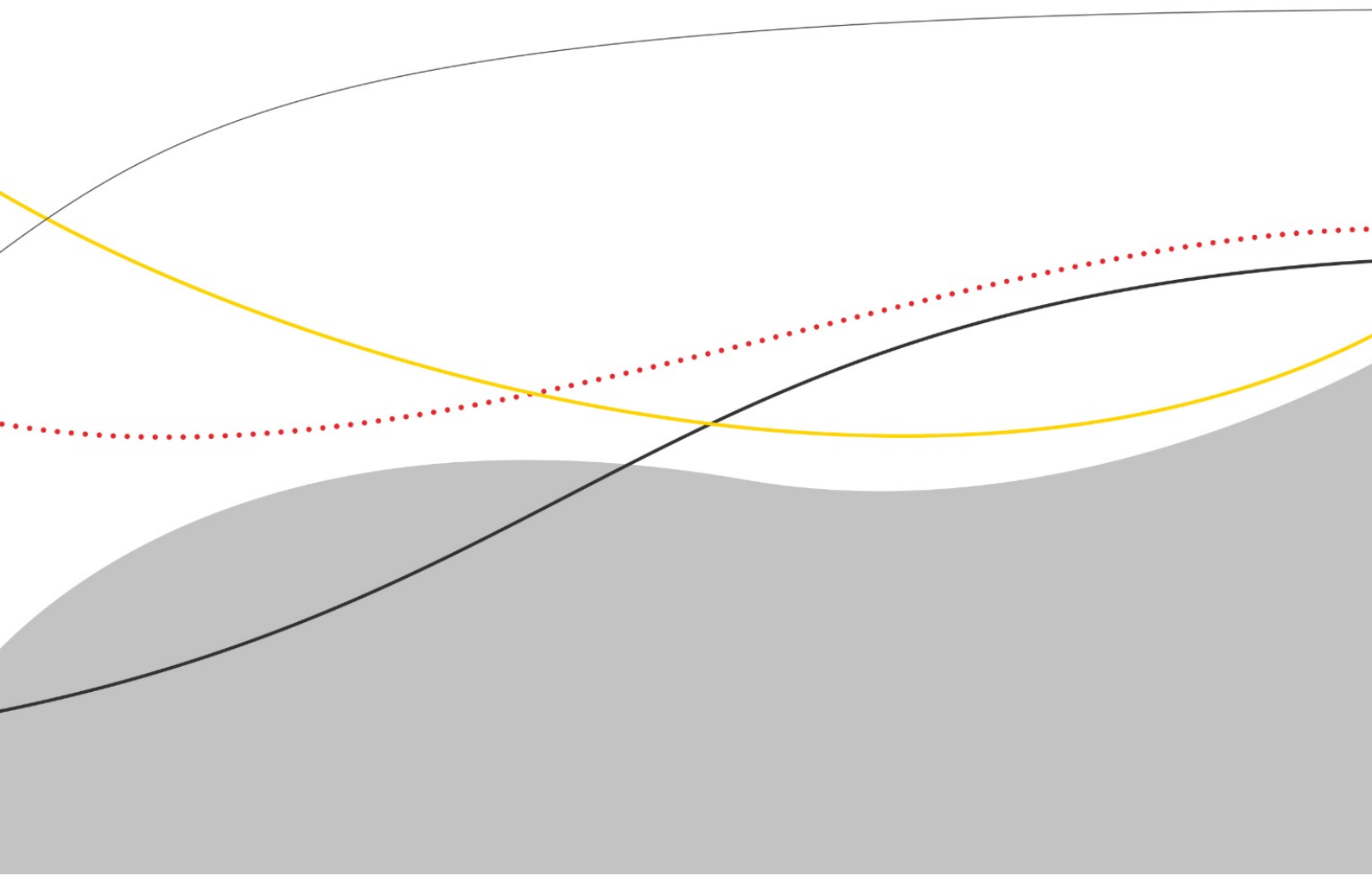




# Et modellsystem for korttidsanslag

Vera Kvisgaard og Olav Slettebø



# **Økonomiavdelingens modellsystem for korttidsanslag**

Vera Kvisgaard og Olav Slettebø

## **Arbeidsnotat 2019/2 Finansdepartementet**

Finansdepartementets arbeidsnotater belyser faglige problemstillinger med relevans for departementets arbeid, og er ikke uttrykk for politiske vurderinger eller synspunkter. Formålet med arbeidsnotatene er å underbygge departementets faglige vurderinger, og bidra til det faglige ordskiftet på departementets ansvarsområder. Godkjennelse av arbeidsnotater før publisering er delegert til finansråden.

## Forord

Policyinstitusjoner har i flere tiår anvendt økonometriske modeller til å lage prognoser for den økonomiske utviklingen. I Norge er det lang tradisjon for bruk av slike modeller, og Finansdepartementet har benyttet makroøkonometriske modeller i sitt prognosearbeid siden 1960-tallet.

Det er over tid blitt økt oppmerksomhet rundt modeller som kan si noe om nåsituasjonen i økonomien, såkalt nowcasting. Ettersom nasjonalregnskapstall publiseres med et tidsetterslep og ofte revideres, må prognosemakere ikke bare anslå hva som kommer til å skje, men også hva situasjonen i økonomien er nå og hva den har vært den senere tid.

Dette notatet gir en kort presentasjon av et modellsystem for korttidsanslag utviklet i Finansdepartementets Økonomiavdeling. Modellsystemet har fått en etablert plass i arbeidet med de makroøkonomiske prognosene til nasjonalbudsjettet, hvor det bidrar til vurderingen av utviklingen i norsk økonomi i den nære fremtiden.

Et utkast til arbeidsnotatet ble drøftet på møte i Finansdepartementets rådgivende utvalg i modell- og metodespørsmål 28. november 2018, og vi takker utvalget for gode innspill.

August 2019

Hans Henrik Scheel

Finansråd

## Innhold

1	Sammendrag.....	5
2	Bakgrunn.....	5
3	Prognosemodeller .....	6
4	Valg av variable.....	7
5	Modeller .....	8
5.1	Autoregressive «moving average» (ARMA)-modeller .....	8
5.2	Vektorautoregressive modeller (VAR) .....	9
5.3	Faktormodeller .....	9
5.4	Kombinasjon av anslag .....	10
6	Trefferikhet og usikkerhet .....	11
7	Konklusjon og videre arbeid .....	16
8	Referanser .....	17
9	Vedlegg.....	18

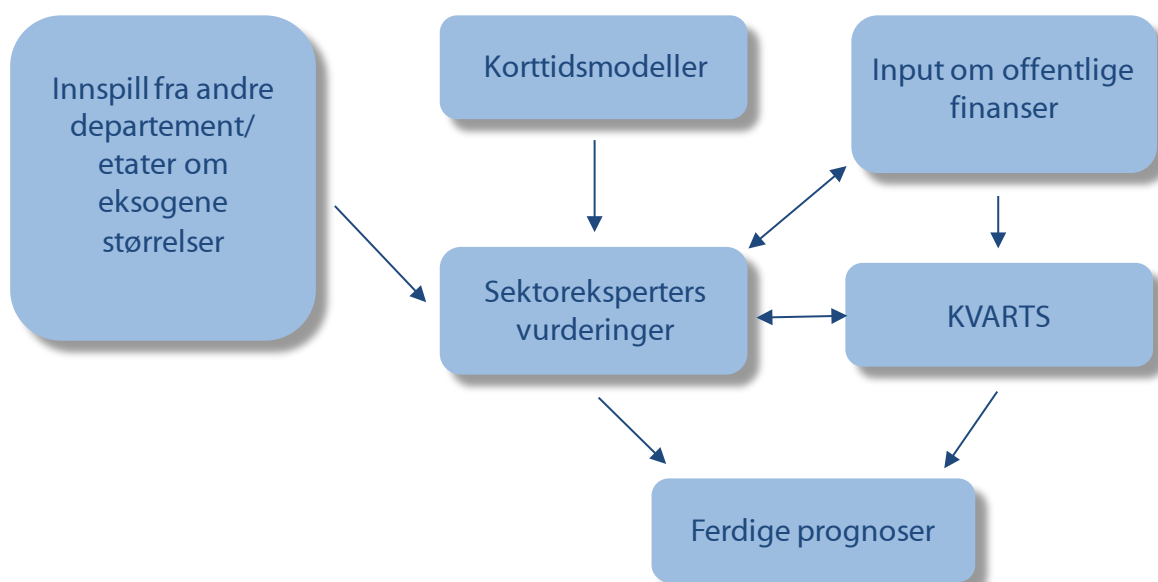
## 1 Sammendrag

Dette notatet gjør rede for et system for prognoser på kort sikt som er utviklet i Finansdepartementet. Notatet inneholder en beskrivelse av formålet med modellsystemet, en introduksjon til modellene som inngår i systemet, samt illustrasjoner av prognoseegenskaper og anslagsusikkerhet. Særlig faktormodellene, som benytter mye korttidsinformasjon, kommer godt ut av en komparativ analyse av treffsikkerhet. Notatets siste del viser at sammenvekting av ulike modeller gir anslag som treffer like godt eller bedre enn beste enkeltmodell.

## 2 Bakgrunn

Økonomiavdelingen i Finansdepartementet analyserer og lager prognoser for utviklingen i norsk og internasjonal økonomi. En viktig oppgave er å holde finansministeren og resten av regjeringen orientert om den økonomiske situasjonen. Avdelingen gir også råd om utformingen av den økonomiske politikken, herunder finanspolitikken. Økonomiske modeller spiller en sentral rolle i avdelingens arbeid.

I Nasjonalbudsjettet og Revidert nasjonalbudsjett publiserer Finansdepartementet prognoser for makroøkonomiske størrelser. Prognosene bygger på vurderinger fra sektorekspertene, innspill fra andre departement/underliggende etater samt oppdaterte tall for ulike budsjettstørrelser. I tillegg kommer modellinformasjon, blant annet Finansdepartementets hovedmodell for makroøkonomiske prognoser, KVARTS. Prognosearbeidet er skissert i figur 1.



Figur 1 Illustrasjon av anslagsprosessen i Økonomiavdelingen i Finansdepartementet

Dette notatet tar sikte på å redegjøre for et modellsystem for korttidsanslag. Det er omtrent ti år siden avdelingen først tok i bruk faktormodeller til prognoseformål. De siste årene har modellsystemet for korttidsprognoser blitt supplert med enkle VAR- og ARMA-modeller. Korttidsmodellene har fått en etablert plass i arbeidet med prognosene. Prognosene fra systemet fungerer som en nyttig kryssjekk for

sektorekspertenes vurderinger og informasjon fra den store makroøkonometriske modellen KVARTS.

Resten av notatet er organisert slik: Kapittel 3 gir en motivasjon for å ha et eget system for prognoser på kort sikt, samt en kort gjengivelse av noen generelle utviklingstrekk i litteraturen om prognosemodeller. Kapittel 4 redegjør for valg av variable som inngår i modellsystemet, etterfulgt av en beskrivelse av de ulike modellene som benyttes i kapittel 5. Samme kapittel ser også på fordeler ved sammenvektning av anslag fra ulike modeller. I kapittel 6 presenteres resultatene fra noen anslagsøvelser i såkalt realtid. Kapittel 7 oppsummerer.

### 3 Prognosemodeller

Policyinstitusjoner har i flere tiår anvendt økonometriske modeller til å lage prognoser for den økonomiske utviklingen. I Norge er det lang tradisjon for bruk av slike modeller, og Finansdepartementet har benyttet makroøkonometriske modeller i sitt prognosearbeid siden 1960-tallet.

Det er over tid blitt økt oppmerksomhet rundt modeller som kan si noe om nåsituasjonen i økonomien, såkalt nowcasting<sup>1</sup>. Ettersom nasjonalregnskapstall publiseres med et tidsetterslep og ofte revideres, må prognosemakere ikke bare anslå hva som kommer til å skje, men også hva situasjonen i økonomien er nå og hva den har vært den senere tid. Faktormodeller, VAR-modeller og andre indikatormodeller kan ha bedre prognoseegenskaper på helt kort sikt enn større, mer teoribaserte modeller, som KVARTS<sup>2</sup>.

Slike modeller er derfor blitt stadig mer vanlige som prognoseverktøy i policy-institusjoner. Litteraturen om prognosemodeller er omfattende. Se f.eks. Elliott og Timmermann (2016) for en oppsummering om utviklingen på feltet. En rekke artikler underbygger modellenes prognoseegenskaper, se Banerjee et al. (2005), Stock og Watson (2004) mv.

Modellene som brukes til nowcasting er typisk basert på korttidsstatistikk. Gjennom å sammenfatte informasjon fra data på en konsistent måte over tid, kan slike modeller bidra i den løpende vurderingen av ny, og stadig mer, informasjon. For eksempel kan en sammenligne modellresultater som bygger på informasjon som var kjent da anslagene ble utarbeidet, med resultater fra de samme modellene etter at ny informasjon er kommet til.

Samtidig som nye modeller er tatt i bruk, er det kommet en del litteratur om fordelene ved å vekte sammen anslag fra ulike modeller. Bjørnland og Thorsrud (2015)

---

<sup>1</sup> Det mest kjente eksempelet i Norge er Norges Banks SAM-system for anslag på kort sikt. Systemet er grundig dokumentert i en rekke artikler på bankens hjemmesider: <https://www.norges-bank.no/pengepolitikk/Modeller-for-pengepolitisk-analyse-og-prognoser/SAM/Referanser-SAM/>

<sup>2</sup> Finansdepartementets hovedmodell for makroøkonomiske prognoser og skiftberegninger. Modellen utvikles og driftes av Statistisk sentralbyrå. Dokumentasjon av MODAG (som er en tilsvarende modell på årsform) finnes i Boug og Dyvi (2008).

presenterer forskningsbidrag som viser at slike anslagskombinasjoner både teoretisk og praktisk kan gi lavere anslagsfeil enn anslag fra enkeltmodeller.

Selv om modeller for nowcasting kan gi oss nyttig informasjon om situasjonen i økonomien, kan det være betydelig usikkerhet knyttet til modellenes anslag. Ved å estimere sannsynligheten for ulike anslagsverdier, såkalte tetthetsanslag, kan anslagene presenteres som en usikkerhetsvifte rundt et punktanslag, slik prosedyren er i flere sentralbanker og policyinstitusjoner. Se OBR (2012) og Bjørnland og Thorsrud (2015) for en gjennomgang av metoder for å anslå usikkerhetsvifter.

## 4 Valg av variable

Økonomiavdelingens modellsystem produserer anslag for utviklingen i BNP for Fastland-Norge på kort sikt. Systemet er innrettet mot å anslå firekvarteralsveksten i fastlands-BNP, som er mindre volatil enn kvartalsveksten. I modellsystemet bruker vi sesongjusterte BNP-tall fra nasjonalregnskapet, hovedsakelig for å redusere utslag i vekstratene som følger av virkedageeffekter.

BNP-tallene i nasjonalregnskapet er gjenstand for revisjon. Det har betydning både for estimeringen av modellene og for vurderingen av anslagene. Fremfor å benytte de først tilgjengelige BNP-tallene eller tall revidert et visst antall ganger, har vi valgt å benytte den sist tilgjengelige publiseringen («vintage») av nasjonalregnskapet i estimeringen av modellene. På den måten er anslagene til enhver tid basert på den mest oppdaterte informasjonen i anslagene.<sup>3</sup> Det innebærer at enkelte observasjoner er revidert flere ganger enn andre. Hvor godt anslagene fra modellsystemet treffer ulike BNP-revisjoner diskuteres i kapittel 6.

Mange dataserier kan gi informasjon om utviklingen i BNP nå og i nær fremtid. I datasettet som brukes i modellsystemet har vi tatt med i underkant av 100 tidsserier. Seriene beskriver i hovedsak norsk økonomi, men også en del indikatorer fra viktige handelspartnerland er med, se oversikt i tabell 1 og i vedleggstabell A.1. Alle seriene er konvertert til kvartalstall, og inngår på endringsform – enten som vekstrater eller differanser over fire kvartaler. De fleste tidsseriene går tilbake til starten av 90-tallet, som er begynnelsen av estimeringsvinduet. Enkelte tidsserier, som Norges Banks regionale nettverk, har kortere historie. For å inkludere disse i datasettet, har vi ekstrapolert dem bakover ved hjelp av enkle regresjonsøvelser.

Fordi tidsseriene publiseres ved ulike tidspunkter, vil det i praksis alltid være noen observasjoner som mangler. For å balansere datasettet lager vi enkle estimater av kvartalsobservasjoner som mangler ved anslagstidspunktet. For beholdningsvariable som publiseres månedlig, er siste månedsobservasjon brukt som et enkelt anslag på størrelsen ved kvartalsslutt. For strømningsvariable bruker vi tre ganger gjennomsnittet av månedsobservasjonene. Datasettet kan også balanseres ved bruk av Kalman-filter, se f. eks. Solberger og Spånberg (2017) for detaljer.

---

<sup>3</sup> Se Jore (2017) for en diskusjon av revisjonsprosessen i det norske nasjonalregnskapet og i hvilken grad denne innebærer å redusere støy eller ta inn ny informasjon.

Tabell 1 Sammensetting av datasettet som brukes i modellsystemet.

Kategori	Antall serier
Internasjonal økonomi	17
Undersøkelser (inkl. konjunkturbarometeret, reg. nettverk mv)	21
Annet (inkl. salg, oljeproduksjon, mv)	13
Industri	11
Eksport/import	11
Renter og valutakurs	10
Arbeidsmarked	5
Priser	4
Oslo Børs	4
<b>Totalt</b>	<b>96</b>

## 5 Modeller

Hovedanslaget fra systemet for korttidsmodeller er en kombinasjon av anslag produsert med ulike modeller. Modellene kan deles inn i tre klasser: ARMA-, VAR- og faktormodeller.

### 5.1 Autoregressive «moving average» (ARMA)-modeller

En ARMA-modell er en univariat regresjonsmodell som kombinerer en autoregressiv modell (AR) og en modell for bevegelig gjennomsnitt («moving-average», MA). Ved å kombinere disse modellene kan tilfeldige «sjokk» virke både direkte og indirekte på den fremtidige BNP-veksten – direkte gjennom MA-leddene og indirekte gjennom AR-leddene.

En ARMA-modell med  $p$  AR-ledd og  $q$  MA-ledd skrives



$$Y_t = c + \sum_{i=1}^p \alpha_i Y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

Her er  $Y_t$  variabelen en vil lage anslag for, BNP-veksten i vårt tilfelle,  $c$  er et konstantledd, og  $\varepsilon_t$  er eksogene «sjokk» eller tilfeldig, umodellert variasjon i periode  $t$ . De autoregressive koeffisientene  $\alpha_i$  bestemmer persistensen i  $Y_t$ , eller hvor avhengig  $Y_t$  er av sin egen historie. MA-koeffisientene  $\theta_i$  beskriver den direkte effekten av et sjokk i periode  $t - i$  på  $Y_t$ .

Mange tidsserier er persistente og beskrives godt av ARMA-modeller. En ulempe ved denne modellklassen er at den ikke tar hensyn til potensiell samvariasjon mellom serien vi vil predikere og andre variable vi kjenner til. Mer komplekse modeller, som VAR- og faktormodeller, kan utnytte mer informasjon.

I modellsystemet estimeres både rene AR-modeller, rene MA-modeller og ulike kombinasjoner av disse. Totalt estimeres i dag 168 modeller. Samtlige klassifiseres som «ARMA-modeller», og anslag fra alle disse modellene veies sammen til ett samlet ARMA-anslag.

## 5.2 Vektorautoregressive modeller (VAR)

En VAR-modell er en multivariat autoregressiv modell, der to eller flere endogene variable modelleres som funksjoner av sin historie. En førsteordens VAR-modell med to variable  $Y_{1,t}$ ,  $Y_{2,t}$  kan skrives

$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \alpha_{1,2} \\ \alpha_{2,1} & \alpha_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-1} \\ Y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{bmatrix}$$

Et problem med VAR-modeller er at antallet parametere som må estimeres øker raskt med antall variable og tidsforskyvninger av variablene («lags») som inkluderes i modellen. For eksempel vil en VAR-modell med 6 variable og 4 lags ha 144 koeffisienter som må estimeres, i tillegg til konstantledd.

I modellsystemet estimeres kun bivariate VAR-modeller. Disse inkluderer veksten i fastlands-BNP, som vi ønsker å anslå, og en av de andre variablene i datasettet beskrevet i kapittel 3. For hvert variabelpar estimeres en VAR-modell med to og en med fire lags. I skrivende stund utgjør det 192 modeller. Anslagene fra disse veies deretter sammen til ett samlet VAR-anslag.

## 5.3 Faktormodeller

Formålet med en faktormodell er å skille samvariasjon på tvers av en samling tidsserier, såkalte faktorer, fra tilfeldig variasjon i hver enkelt tidsserie. Svært mange variable kan være relevante for utviklingen i fastlands-BNP. Samtidig er antall variable som kan inkluderes i en ordinær regresjonsmodell begrenset, som med VAR-

modellen beskrevet over. Ved å trekke ut noen få faktorer fra en potensielt stor samling variable, kan man begrense antallet regresjonsvariable og dermed antall parametere som må estimeres. I utgangspunktet har ikke faktorene en bestemt økonomisk tolkning, men man kan tenke på dem som underliggende, *ikke-observerbare* variable, f.eks. konsepter som «konjunktursituasjonen» eller «kredittforholdene i økonomien».

Vi estimerer faktorene med prinsipal komponentanalyse, se Stock og Watson (2002) for detaljer. De prinsipale komponentene til et sett variable er lineære kombinasjoner av alle disse variablene, konstruert slik at alle komponentene er ukorrelerte med hverandre. Gitt et sett med  $n$  ulike tidsserier relevante for BNP-utviklingen, kan  $k$  faktorer estimeres som de  $k$  første prinsipale komponentene til disse seriene. For å modellere sammenhengen mellom faktorene og veksten i fastlands-BNP  $h > 0$  perioder frem i tid, inkluderes de estimerte faktorene i en enkel regresjonsmodell

$$Y_{t+h} = \sum_{i=1}^k B_{i,h} F_{i,t} + \sum_{i=0}^p \alpha_{i,h} Y_{t-i} + \varepsilon_{t+h}$$

Her er  $B_{i,h}$  faktorladningene, som representerer vekten som legges på den enkelte faktor. Disse koeffisientene er forskjellige for hver anslagshorisont .

En fordel med faktormodeller er at de gjør det mulig å inkludere store datamengder i en prognose. En ulempe er at de estimerte faktorene kan være vanskelige å tolke.

I modellsystemet estimeres det nå tre forskjellige faktormodeller, med ulikt antall faktorer og ulikt antall lags av faktorene og av den avhengige variabelen. Anslagene fra de ulike spesifikasjonene veies sammen til ett samlet faktor-anslag.

## 5.4 Kombinasjon av anslag

I mangel av én optimal prognosemodell kan en kombinasjon av anslag fra ulike modeller potensielt øke treffsikkerheten. Hvis anslagene bommer i forskjellig retning, noen under og noen over verdien man prøver å anslå, vil en vektet kombinasjon av disse kunne treffe bedre enn anslag fra hver enkelt modell.

Anslag kan vektes på flere måter. Den enkleste måten er å tillegge alle anslagene like stor vekt. Et annet alternativ er å vekte anslagene basert på tidligere anslagsfeil, slik at en legger mest vekt på anslag fra modeller som tidligere har gitt de mest presise anslagene.

Slike vekter kan baseres på, for eksempel, gjennomsnittlig kvadrert anslagsfeil (MSE)<sup>4</sup>, som gir vekter

---

<sup>4</sup> For en serie anslag  $\hat{y}_{t+h}$  gjort på tidspunkt  $t = 1, 2, \dots, T$  er MSE gitt ved  $MSE_h = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{y}_{t+h} - y_{t+h})^2$

$$w_{h,j} = \frac{1/MSE_{h,j}}{\sum_{j=1}^n 1/MSE_{h,j}}$$

for horisont  $h$  og anslag  $j = 1, 2, 3 \dots n$ , der  $n$  er antallet modellanslag som skal vektet sammen. En slik vektingsstrategi er relativt enkel og praktisk, men tar ikke høyde for korrelasjon mellom prediksjonsfeilene til de ulike modellene – bommer modellene i samme retning, vil ikke det vektete anslaget være noe bedre. Bjørnland og Thorsrud (2015) presenterer en fremgangsmåte for optimal vekting av anslag, men denne fremgangsmåten er tungvint når man opererer med et stort antall modeller.

Store deler av litteraturen antyder at enkle metoder er vel så gode som metoder med vektet beregnet ut fra relativ historisk anslagspresisjon. Ifølge Clark og McCracken (2009) henger dette sammen med at det er vanskelig å vite hva slags usikkerhet som til enhver tid gjør seg gjeldende, og at det dermed er krevende å slå fast om en gitt modell eller modellspesifikasjon vil ha høyere presisjon enn andre over et lengre tidsrom. Timmermann (2006) skriver at likevektede kombinasjoner har vist seg å være overraskende vanskelige å slå, men argumenterer for at det kan være fordeler ved å droppe de svakeste modellene og åpne for en viss variasjon i vektingen over ulike tidsrom.

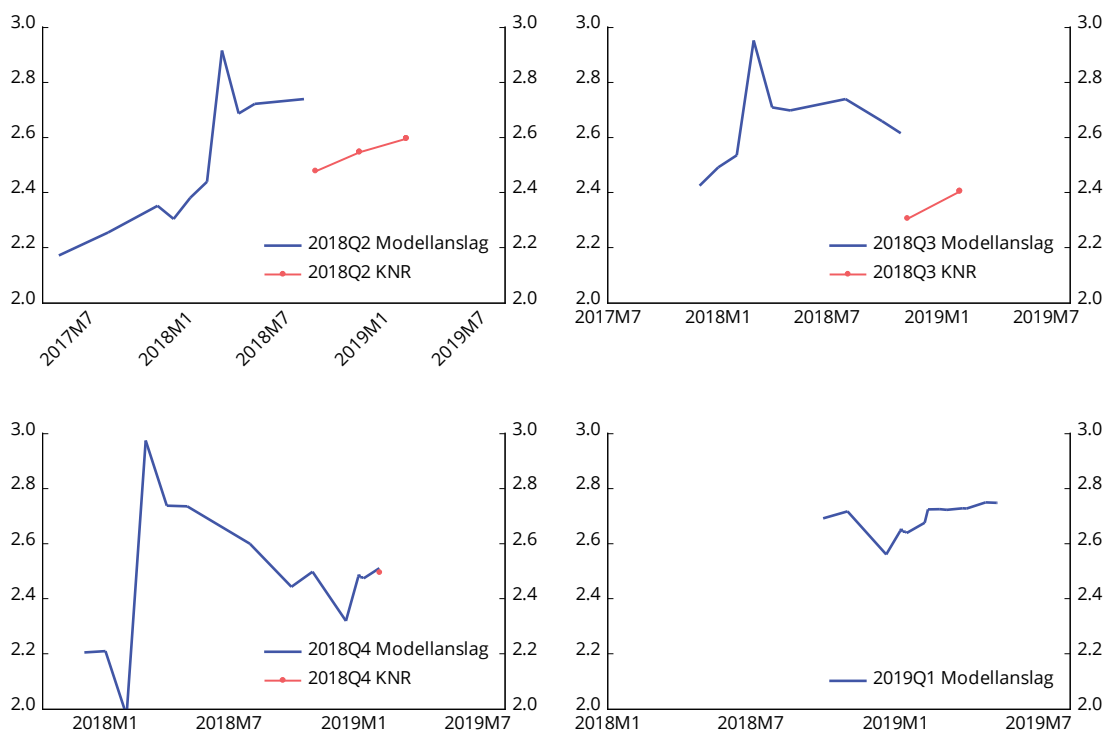
I Økonomiavdelingens korttidssystem er det så langt hovedsakelig benyttet likevektede kombinasjoner.<sup>5</sup> Anslagene kombineres først innen hver av de tre modellklassene, før snittprognosene kombineres til et samlet anslag. Vi tillegger da hver modellklasse like stor vekt, uavhengig av hvor mange modellspesifikasjoner som inngår i de ulike modellklassene. En fordel med å kombinere anslagene i to steg, er at man ser hvilke modellklasser som trekker det samlede anslaget opp og ned.

## 6 Treffsikkerhet og usikkerhet

Treffsikkerheten til modellsystemet varierer langs flere dimensjoner. For det første avhenger treffsikkerheten av hvilken publisering av BNP-tallene man sammenligner anslagene med. For det andre varierer treffsikkerheten med anslagshorisonten, altså hvor mange kvartaler frem vi anslår BNP-veksten. Det siste innebærer også at treffsikkerheten kan variere for anslag beregnet i løpet av et og samme kvartal, ettersom anslagene varierer med hvilken informasjon som er tilgjengelig på anslagstidspunktet. Dette er illustrert i figur 2, som viser utviklingen i anslag fra modellsystemet for de fire siste kvartalene.

---

<sup>5</sup> I en vurdering av modellsystemets treffsikkerhet i neste kapittel sammenligner vi likevektede anslag med anslag vektet med inverse MSE-vekter.



*Figur 2 Modellsystemets anslag for firekvarterstvekst (sesongjustert) i fastlands-BNP på ulike tidspunkter og for ulike kvartaler. Hvert panel viser utviklingen i det likevektede anslaget fra modellsystemet (hel blå linje) og revisjonene i BNP-tallene i nasjonalregnskapet (prikket rød linje).<sup>6</sup>*

Den heltrukne blå linjen viser det likevektede anslaget fra modellsystemet for hhv. kvartalene 2. kv. 2018 – 1. kv. 2019 beregnet på ulike tidspunkter gitt på x-aksen. Den prikkete røde linjen viser hvordan nasjonalregnskapstallene har variert over tid, fra den første til den siste publiseringen tilgjengelig for hvert av kvartalene.

For å vurdere den historiske treffsikkerheten til systemet slik det er utformet i dag, har vi beregnet historiske anslagsfeil i en rekursiv forecastingøvelse. For hvert kvartal i perioden 1. kvartal 2000 – 4. kvartal 2018 har vi estimert modellene og beregnet anslag basert på data frem til og med det aktuelle kvartalet. Siste «vintage» av nasjonalregnskapshistorikken ved hvert anslagstidspunkt er brukt som venstresidevariabel i estimeringen, som om anslagene var gjort i sanntid. Revisjoner av de øvrige tidsseriene er ikke hensyntatt. De aller fleste av disse seriene revideres ikke, men det innebærer at anslagene i øvelsen er basert på noe informasjon som i virkeligheten ikke ville vært tilgjengelig.<sup>7</sup>

<sup>6</sup> Anslagene presentert i figuren samsvarer ikke med anslagene som publiseres i nasjonalbudsjettene.

<sup>7</sup> Bernanke og Boivin (2003) vurderer bruk av realtidsdata, i motsetning til siste tilgjengelige datasett, i en anslagssammenheng, og kommer til at forskjellene er av begrenset art.

Tabell 2 Inverse MSE-vekker

Horisont	Første BNP-publisering				Siste BNP-publisering			
	1	2	3	4	1	2	3	4
ARMA	0.32	0.28	0.26	0.29	0.28	0.26	0.28	0.31
VAR	0.35	0.32	0.31	0.31	0.28	0.28	0.28	0.31
FAKTOR	0.33	0.40	0.43	0.40	0.45	0.46	0.44	0.38
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

Den historiske treffsikkerheten er målt ved *root mean squared error* (RMSE)<sup>8</sup>, basert på avviket mellom anslagene fra øvelsen beskrevet over og utvalgte BNP-revisjoner fra nasjonalregnskapet. Jo høyere RMSE, desto lavere treffsikkerhet. Figur 3 viser beregnet RMSE for anslagene fra de tre modellklassene, det likevektede gjennomsnittsanslaget og et gjennomsnittsanslag vektet med inverse MSE-vekker. Den øverste figuren viser RMSE basert på avvik fra SSBs første BNP-publisering, den nederste figuren fra den siste publiseringen. Vektene er vist i tabell 2.

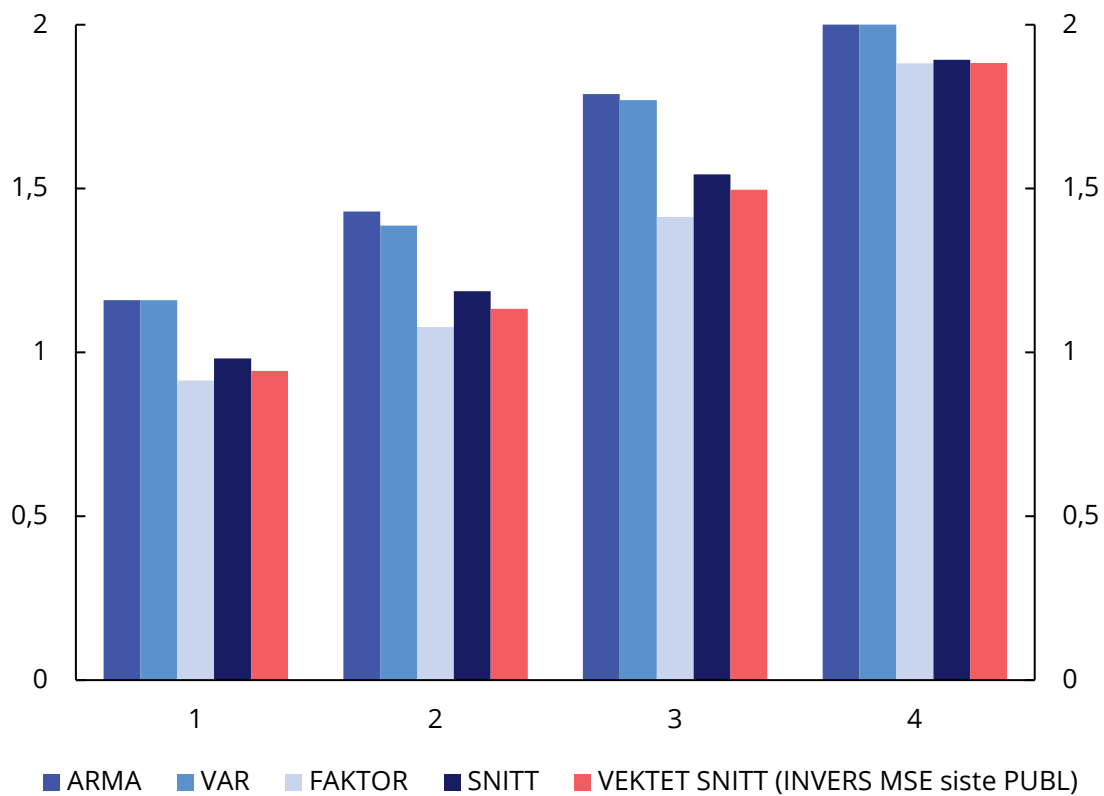
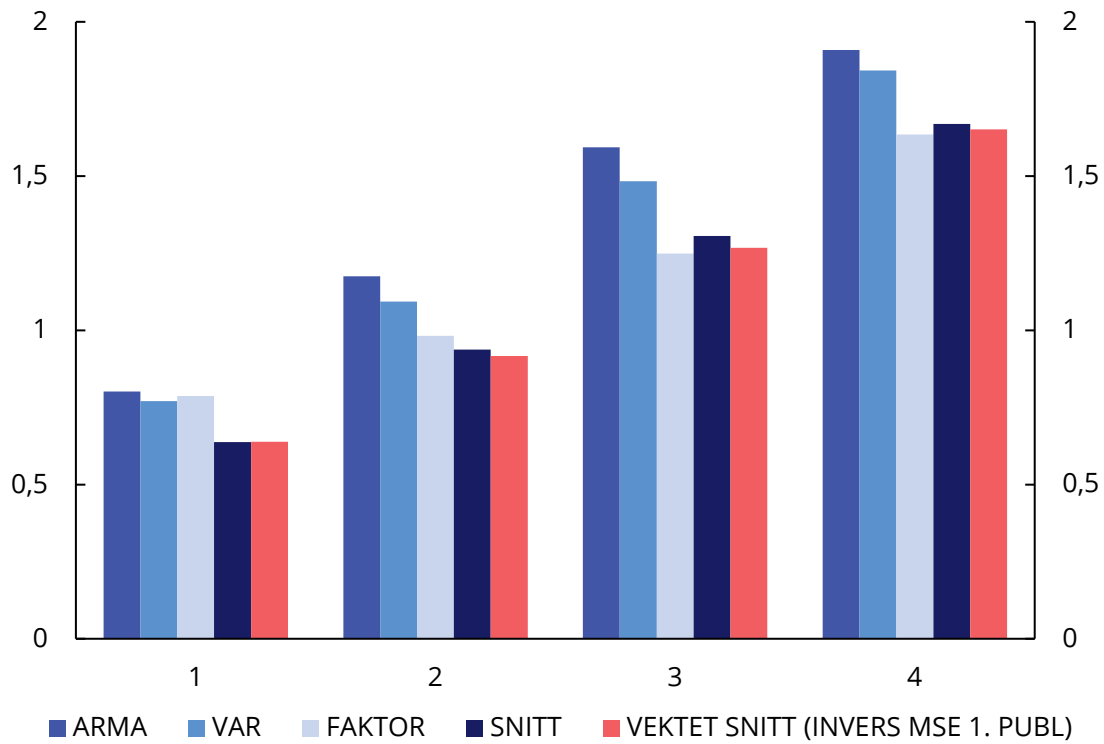
Treffsikkerheten, målt ved RMSE, faller med anslagshorisonten for alle modellene. Treffsikkerheten er lavere når anslagsfeil måles som avvik fra den siste publiseringen, enn når feilene måles som avvik fra den første publiseringen. Denne BNP-serien består av både ureviderte og gjentatt reviderte tall, inkludert hovedrevisjoner, og er mer volatil enn serien med ureviderte tall eller serier der tallene er revidert et begrenset antall ganger.

Figurene illustrerer at å kombinere anslag fra ulike modeller i stor grad gir bedre treffsikkerhet, målt ved RMSE. Det likevektede gjennomsnittsanslaget er mer presist enn anslagene fra ARMA- og VAR-modellene hver for seg for alle horisonter. Faktormodellene har likevel høyere treffsikkerhet for enkelte horisonter basert på anslagene i denne øvelsen. Sammenlignet med anslag fra ARMA- og VAR-modellene er anslagene fra faktormodellene basert på «et ekstra» kvartal med informasjon, fordi regresjonsvariablene i de to første inngår som laggede variable. I denne øvelsen er denne informasjonen antatt kjent. I den daglige bruken av modellsystemet er denne «ekstra» informasjonen dels kjent og dels fremskrevet slik det er beskrevet i kapittel 4. Det betyr at treffsikkerheten til faktormodellene relativt til de øvrige modellgruppene kan være noe overvurdert i denne øvelsen.

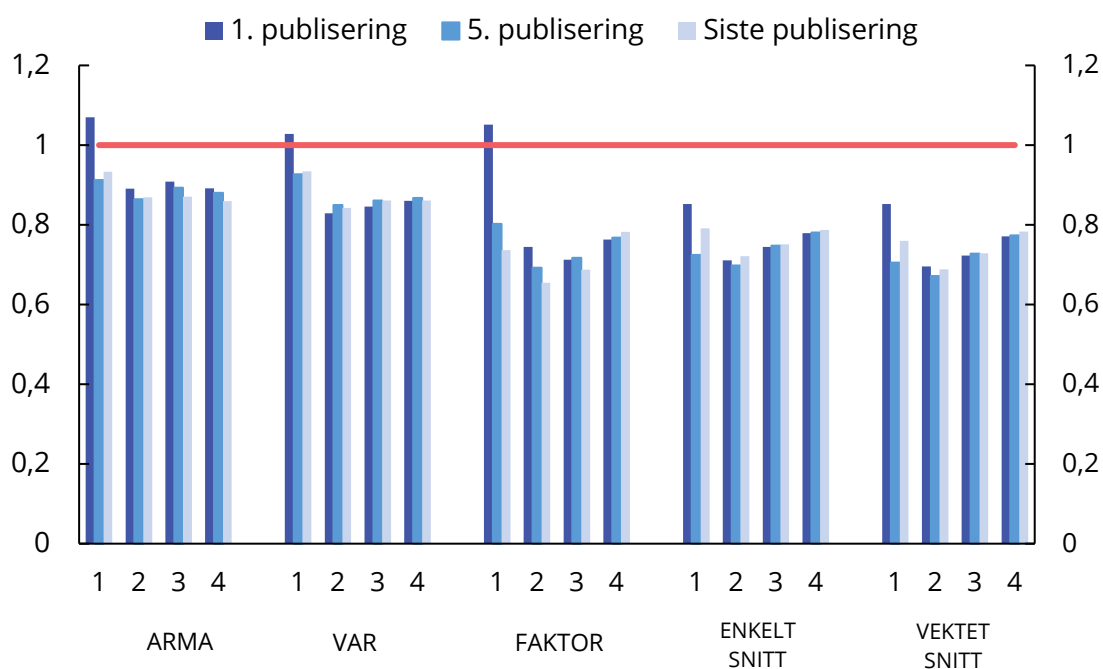
<sup>8</sup> For en serie anslag  $\hat{y}_{t+h}$  gjort på tidspunkt  $t = 1, 2, \dots, T$  er RMSE gitt ved

$$RMSE_h = \sqrt{MSE_h} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{y}_{t+h} - y_{t+h})^2}$$

Fordi RMSE øker med de kvadrerte anslagsfeilene, trekker store feil opp RMSE mer enn små feil – uavhengig av retning.



*Figur 3 RMSE for de ulike modellklassene for anslag 1–4 kvartaler frem i tid. Basert på avvik fra første publisering (over) og siste publisering (under) av BNP-tall i Nasjonalregnskapet.*

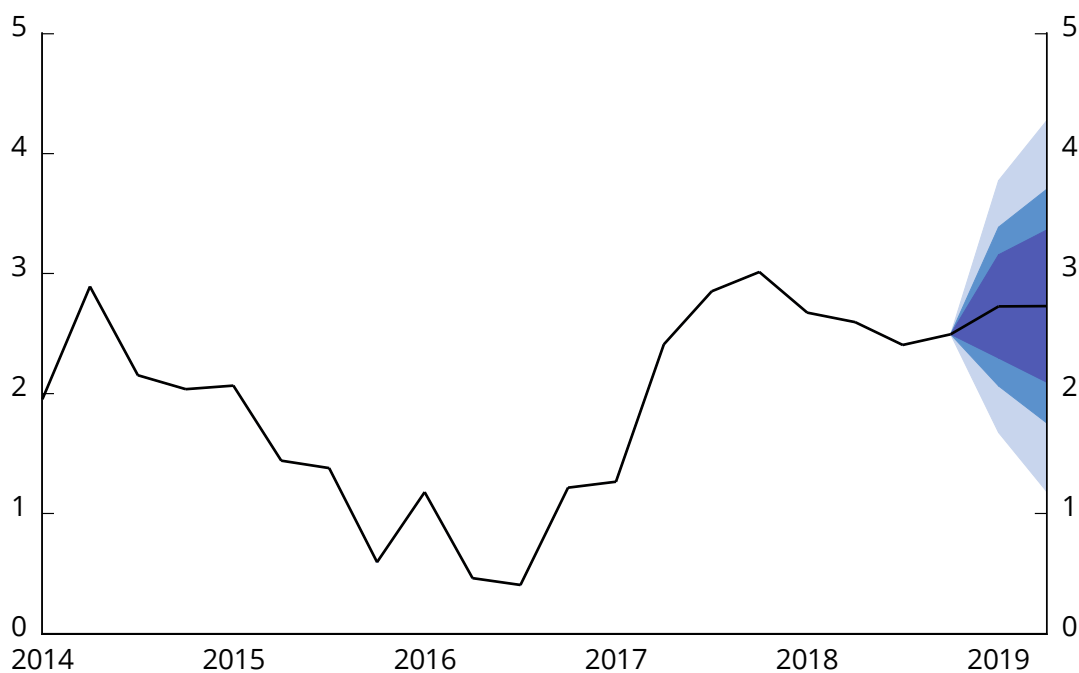


Figur 4 RMSE relativt til random walk. Når relativ RMSE er under 1, betyr det at modellsystemet har lavere anslagsfeil enn et enkelt random walk-anslag.

Vekting av anslagene fra de tre modellklassene basert på treffsikkerhet gir potensielt noe høyere presisjon enn et likevektet gjennomsnitt, spesielt i tilfellene hvor faktormodellene kommer bedre ut enn de to andre modellklassene. Vektene som er brukt er basert på treffsikkerheten til de tre modellgruppene over hele perioden 1. kvartal 2000 – 4. kvartal 2018. I sanntid ville disse vektene vært ukjente, fordi det innebærer at anslagene vektet med vektet basert på både tidligere og fremtidige anslagsfeil.

Figur 4 viser treffsikkerheten til modellsystemet relativt til anslag fra en *random walk* (der anslaget for fremtidige perioder er lik siste observasjon). Relativ RMSE under 1 betyr lavere RMSE, altså høyere treffsikkerhet, enn random walk-modellen. Systemet som helhet, det likevektede gjennomsnittet av anslagene fra de tre modellklassene, har høyere treffsikkerhet enn den enkle random walk-modellen for alle horisonter.

Usikkerheten knyttet til anslagene kan presenteres som usikkerhetsvifter, slik det er gjort for det likevektede anslaget i figur 5. Viften er basert på realtidsestimeringene beskrevet over. For de ulike anslagshorisontene er variasjonen til anslagsfeilene estimert ved det gjennomsnittlige kvadrerte avviket fra SSBs første BNP-publisering. Prediksjonsintervallene bygger på en antagelse om at anslagsfeilene er normalfordelte og uavhengige.



*Figur 5 Likevektet anslag og usikkerhetsvifte. Viften viser 50%, 70% og 90% prediksjonsintervaller for hver horisont, basert på anslagsfeil vurdert mot de første BNP-tallene publisert i Nasjonalregnskapet. 1. kvartal 2014 – 2. kvartal 2019.*

## 7 Konklusjon og videre arbeid

Dette notatet har redegjort for et system for prognoser på kort sikt, som inngår i Finansdepartementets grunnlag for de økonomiske anslagene i arbeidet med nasjonalbudsjettet. Erfaring og vedlagte illustrasjoner tyder på at enkle tidsseriemodeller kan bidra til økt treffsikkerhet i prognosene.



## 8 Referanser

Aastveit, Knut A., Karsten Gerdrup og Anne Sofie Jore (2011). Short-term Forecasting of GDP and Inflation in Real-time: Norges Bank's System for Averaging Models. *Norges Bank, Staff Memo*

Banerjee, A., Marcellino, M., & Masten, I. (2005). Leading indicators for euro-area inflation and GDP growth. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 67, 785-813.

Bernanke, Ben, Jean Boivin og Piotr Elias (2005). Measuring the Effects of Monetary policy: A Factor-Augmented Autoregressive (FAVAR) Approach. *The Quarterly Journal of Economics*

Bjørnland, Hilde og Leif Anders Thorsrud (2015): Applied Time Series for Macroeconomics

Boug, Pål, & Dyvi, Yngvar. (2008). *MODAG-En makroøkonomisk modell for norsk økonomi*. Statistisk sentralbyrå.

Clark, Todd og Michael McCracken (2010). Averaging Forecasts from VARs with Uncertain Instabilities. *Journal of Applied Econometrics*

Elliot, Graham og Allan Timmermann (2016). *Economic Forecasting*. Princeton University Press.

Jore, Anne Sofie (2017). Revisions of national accounts. *Norges Bank, Staff Memo 6/17*.

OBR (2012). How we present uncertainty. *Briefing paper No.4*

Solberger, Marting og Erik Spånberg (2017). Estimating a dynamic factor model in EViews using the Kalman filter and smoother. *Working paper, Department of Statistics, Uppsala University 2017:2*

Stock, James og Mark Watson (2002): Forecasting Using Principal Components From a Large Number of Predictors, *Journal of the American Statistical Association*

Timmermann, Allan (2006). Forecast Combinations. *Handbook of Economic Forecasting*, 1, 135-196.

## 9 Vedlegg

Tabell A.1 Oversikt over serier inkludert i modellsystemet

	Original frequency	Source
<a href="#">Norway, Labor Force Statistics, Labor Force, Males &amp; Females, By Age, Total 15-74 Years, SA, 3 Month Moving Average</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Unemployment, Unemployed Persons, Males &amp; Females, By Age, Total 15-74 Years, SA, 3 Month Moving Average</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Unemployment, Rate, Males &amp; Females, Total 15-74 Years, SA, 3 Month Moving Average</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Unemployment, Registered, Males &amp; Females, By Age, Rate (NAV)</a>	Monthly	Norwegian Labour & Welfare Administration (Arbeids- og Velferdsforvaltningen - NAV)
<a href="#">Norway, Unemployment, Registered, Males &amp; Females, By Age, Total 16-74 Years (NAV), SA</a>	Monthly	Norwegian Labour & Welfare Administration (Arbeids- og Velferdsforvaltningen - NAV)
<a href="#">Norway, Interbank Rates, NIBOR, 3 Month, Fixing</a>	Daily	Oslo Stock Exchange
<a href="#">Norway, Government Benchmarks, 3 Year, Yield</a>	Daily	Bank of Norway (Norges Bank)
<a href="#">Norway, Government Benchmarks, 10 Year, Yield</a>	Daily	Bank of Norway (Norges Bank)
<a href="#">Norway, FX Spot Rates, Macrobond, NOK per USD</a>	Daily	Macrobond Financial AB
<a href="#">FX Spot Rates, Macrobond, "Norway, NOK per USD"/"Euro Area, EUR per USD"</a>	Daily	Macrobond Financial AB
<a href="#">FX Spot Rates, Macrobond, "Norway, NOK per USD"/"Euro Area, EUR per USD"/("Sweden, SEK per USD"/"Euro Area, EUR per USD")</a>	Daily	Macrobond Financial AB
<a href="#">Norway, Consumer Price Index, Total, SA, Index</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Construction Cost Index, Residential Buildings, Total, Index</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, FX Indices, Central Bank of Norway, Trade Weighted Krone Index (TWI)</a>	Daily	Bank of Norway (Norges Bank)
<a href="#">Norway, FX Indices, J.P. Morgan, Nominal Broad Effective Exchange Rate Index</a>	Monthly	J.P. Morgan
<a href="#">Norway, FX Indices, Central Bank of Norway, Import-Weighted Krone Index (I-44)</a>	Daily	Bank of Norway (Norges Bank)
<a href="#">Norway, Export Prices, Total, excl. Crude Oil &amp; Natural Gas, Index</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, First-Hand Domestic Sales, Total (Whole Economy), Index</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Bankruptcies, Total, All Industries</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Capacity Utilization, Capital Goods, Weighted Average, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Capacity Utilization, Consumer Goods, Weighted Average, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Capacity Utilization, Intermediate Goods, Weighted Average, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Capacity Utilization, Manufacturing, Mining &amp; Quarrying, Weighted Average, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Energy Production, Transmission &amp; Distribution, Electricity, Gas &amp; Steam Supply, Total, SA, Index, 3 Month Moving Average</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Industrial Production, Main Industrial Groupings, Capital Goods, SA, Index, 3 Month Moving Average</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Industrial Production, Main Industrial Groupings, Consumer Goods, Total, SA, Index, 3 Month Moving Average</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Industrial Production, Main Industrial Groupings, Durable Consumer Goods, SA, Index, 3 Month Moving Average</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Industrial Production, Main Industrial Groupings, Energy Goods, SA, Index, 3 Month Moving Average</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Industrial Production, Main Industrial Groupings, Intermediate Goods, SA, Index, 3 Month Moving Average</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Industrial Production, Main Industrial Groupings, Non-Durable Consumer Goods, SA, Index, 3 Month Moving Average</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Industrial Production, Total, SA, Index</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Metal Production, Crude Steel</a>	Monthly	World Steel Association
<a href="#">Norway, Mining &amp; Quarrying, Total, SA, Index, 3 Month Moving Average</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, EIA, Oil &amp; Gas, Crude Oil, Production, Barrels per Day</a>	Monthly	Energy Information Administration (EIA)
<a href="#">Norway, Oil &amp; Gas, Extraction, Extraction &amp; Related Services, SA, Index, 3 Month Moving Average</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Manufacturing, Total, SA, Index, 3 Month Moving Average</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Manufacturing, Manufacturing Excluding Petroleum-Related Industries, SA, Index, 3 Month Moving Average</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Manufacturing, Petroleum-Related Manufacturing, SA, Index, 3 Month Moving Average</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Construction Status, Number, Dwellings, National, Total, SA, Statistics Norway, Starts, Overall</a>	Monthly	Statistics Norway

<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Capital Goods, Capacity Utilisation, Weighted Average, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Capital Goods, Confidence Indicator, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Capital Goods, Indicator on Resource Shortage, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Capital Goods, Number of Working Months Covered by Stock of Orders, Weighted Average, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Consumer Goods, Confidence Indicator, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Consumer Goods, Capacity Utilisation, Weighted Average, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Consumer Goods, Indicator on Resource Shortage, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Consumer Goods, Number of Working Months Covered by Stock of Orders, Weighted Average, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Manufacturing, Confidence Indicator, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Manufacturing, Capacity Utilisation, Weighted Average, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Manufacturing, Indicator on Resource Shortage, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Manufacturing, Number of Working Months Covered by Stock of Orders, Weighted Average, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Manufacturing, Mining &amp; Quarrying, Capacity Utilisation, Weighted Average, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Manufacturing, Mining &amp; Quarrying, Confidence Indicator, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Manufacturing, Mining &amp; Quarrying, Indicator on Resource Shortage, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Business Surveys, Statistics Norway, Composite Indicators, Manufacturing, Mining &amp; Quarrying, Number of Working Months Covered by Stock of Orders, Weighted Average, SA</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Economic Surveys, Ifo, World Economic Climate, Economic Situation in the Next 6 Months, Capital Expenditures</a>	Quarterly	Ifo Institute
<a href="#">Norway, Economic Surveys, Ifo, World Economic Climate, Economic Situation in the Next 6 Months, Overall Economy</a>	Quarterly	Ifo Institute
<a href="#">Norway, Economic Surveys, Ifo, World Economic Climate, Economic Situation in the Next 6 Months, Private Consumption</a>	Quarterly	Ifo Institute
<a href="#">Norway, Foreign Trade, Export, Volume, SA, Index</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Foreign Trade, Commodity, Export, Crude Oil, Natural Gas &amp; Condensates, SA, NOK</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Foreign Trade, Import, Volume, SA, Index</a>	Quarterly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Foreign Trade, Export Mainland, SA, NOK</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Equity Indices, Oslo Stock Exchange, OBX Index (OBXP), Price Return, Close, NOK</a>	Daily	Oslo Stock Exchange
<a href="#">Norway, Equity Indices, Oslo Stock Exchange, All-Share Index (OSEAX), Total Return, Close, NOK</a>	Daily	Oslo Stock Exchange
<a href="#">Norway, Equity Indices, Oslo Stock Exchange, Benchmark Index (OSEBX), Total Return, Close, NOK</a>	Daily	Oslo Stock Exchange
<a href="#">Sweden, OECD MEI, Leading Indicators OECD, Leading Indicators, Composite Leading Indicators, Amplitude Adjusted, SA, Index</a>	Monthly	OECD (Organisation for Economic Co-operation & Development)
<a href="#">Sweden, Consumer Price Index, Total, Index</a>	Monthly	Statistics Sweden (SCB)
<a href="#">Sweden, Equity Indices, Nasdaq OMX, Benchmark, OMXS30 Index, Price Return, Close, SEK</a>	Daily	Nasdaq OMX
<a href="#">Sweden, Interbank Rates, STIBOR, 3 Month, Fixing</a>	Daily	Nasdaq OMX
<a href="#">United States, Leading Indicators, Federal Reserve, Recession Risk</a>	Monthly	Federal Reserve
<a href="#">United States, Leading Indicators, Conference Board, Business Cycle Indicators, Composite Indexes-Leading Economic Indicators, Composite Index of 10 Leading Indicators, Index</a>	Monthly	Conference Board
<a href="#">United States, Equity Indices, S&amp;P, 500, Index, Price Return, Close, USD</a>	Daily	Standard & Poor's Dow Jones
<a href="#">United States, Industrial Production, Total, SA, Index</a>	Monthly	Federal Reserve
<a href="#">United Kingdom, Industrial Production, Total, Constant Prices, SA, Index</a>	Monthly	U.K. Office for National Statistics (ONS)
<a href="#">United Kingdom, Equity Indices, FTSE, 100, Index, Price Return, Close, GBP</a>	Daily	FTSE
<a href="#">United Kingdom, Consumer Price Index, Total, Change Y/Y</a>	Monthly	U.K. Office for National Statistics (ONS)
<a href="#">Netherlands, Industrial Production, Seasonally Adjusted Production, Excluding Construction, SA, Index</a>	Monthly	Statistics Netherlands (CBS)

<a href="#">Netherlands, Consumer Price Index, Total, Index</a>	Monthly	Statistics Netherlands (CBS)
<a href="#">Germany, Equity Indices, Deutsche Boerse, DAX, CDAX Index, Price Return, End of Period, EUR</a>	Monthly	Deutsche Boerse
<a href="#">Denmark, Manufacturing, Total, SA, Index</a>	Monthly	Statistics Denmark
<a href="#">Denmark, Equity Indices, Nasdaq OMX, All-Share, OMX Copenhagen Index, Price Return, Close, DKK</a>	Daily	Nasdaq OMX
<a href="#">Denmark, Consumer Price Index, Total, Index</a>	Monthly	Statistics Denmark
<a href="#">Norway, Investments, Oil &amp; Gas Activity, Total, Estimates Made in November in the Year Before the Investment Year, NOK</a>	Annual	Statistics Norway
<a href="#">World, Crude Oil, Brent, Spot, FOB North Sea, ICE, Close, USD</a>	Daily	Intercontinental Exchange (ICE)
<a href="#">Norway, Consumer Price Index, CPI-ATE, SA, Index</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Economic Surveys, Bank of Norway (Norges Bank), Regional Network Report, Employment Growth, Aggregated, Next 3 Months - Figures from Previous Rounds</a>	Monthly	Bank of Norway (Norges Bank)
<a href="#">Norway, Economic Surveys, Bank of Norway (Norges Bank), Regional Network Report, Investment Growth, Total, Expected Change in Investments 12 Months Ahead, Aggregated</a>	Monthly	Bank of Norway (Norges Bank)
<a href="#">Norway, Economic Surveys, Bank of Norway (Norges Bank), Regional Network Report, Profitability, Aggregated, Change Y/Y</a>	Monthly	Bank of Norway (Norges Bank)
<a href="#">Norway, Economic Surveys, Bank of Norway (Norges Bank), Regional Network Report, Labor Supply, Aggregated</a>	Monthly	Bank of Norway (Norges Bank)
<a href="#">Norway, Economic Surveys, Bank of Norway (Norges Bank), Regional Network Report, Output Growth, Aggregated, Next 6 Months - Figures from Previous Rounds, National, Change Y/Y</a>	Monthly	Bank of Norway (Norges Bank)
<a href="#">Norway, Economic Surveys, Bank of Norway (Norges Bank), Regional Network Report, Capacity Constraints, Aggregated</a>	Monthly	Bank of Norway (Norges Bank)
<a href="#">Norway, Business Surveys, NIMA, Purchasing Managers' Index, Total, SA</a>	Monthly	NIMA Norwegian Association of Purchasing & Logistics (Norsk Forbund for Innkjop og Logistikk)
<a href="#">Norway, Domestic Trade, Households Consumption of Goods, Total, SA, Index</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Domestic Trade, Turnover, Whole Economy, Total, SA, Index</a>	Monthly	Statistics Norway
<a href="#">Norway, Consumer Surveys, Finance Norway, Expectations Barometer, Total, Trend Adjusted, SA</a>	Quarterly	Kantar TNS (Norway)
<a href="#">Norway, Leading Indicators, Retriever Norway AS, Financial News Index (FNI), Median</a>	Daily	Retriever Norway AS
<a href="#">Norway, Gross Domestic Product (Mainland), Total, Constant Prices, SA, Market Prices, NOK</a>	Monthly	Statistics Norway